На правах рукописи

Дмитриевский Михаил Владимирович

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЕЙ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ.

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Тюмень — 2003

Работа выполнена в Тюменском государственном университете.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор, Кутрунов Владимир Николаевич
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор, Федоров Константин Михайлович
	кандидат физико-математических наук, доцент, Белкина Валентина Александровна
Ведущая организация:	ООО "Региональный научно-технологический центр", г. Тюмень.

Защита состоится "____"____________ 2004 в ____ ч. ____ мин на заседании Диссертационного совета К 212.274.01 при Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, аудитория 217.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан "____"____________ 2003.

Учёный секретарь диссертационного совета Бутакова Бутакова Н.Н.

Актуальность проблемы.

Современные методы разработки нефтяных месторождений предполагают использование математических моделей, определяющих фильтрационные и емкостные свойства залежей нефти. Как правило, это поля геолого-геофизических параметров, восстанавливаемые по отдельным замерам в скважинах, дистанционным видам исследований (сейсморазведка), априорным косвенным сведениям о поведении параметра в области отсутствия данных. Для отображения таких полей используются карты в изолиниях и карты, представленные поверхностями в пространстве. Для построения изолиний и создания набора геометрических примитивов с целью отображения поверхности рассчитываются *гриды* (равномерные сетки со значениями в узлах). Такая операция называется *гридингом.* Несмотря на достаточно долгий период развития методов построения и визуализации карт, в настоящее время имеется ряд проблем для исследования:

1. *Построение быстродействующего и экономичного алгоритма расчета грида.*
2. *Решение алгебраических систем линейных уравнений (СЛУ) большой размерности.*
3. *Выбор оптимальной сетки для отображения информации.*
4. *Борьба с погрешностями в исходных данных, построение "гладких карт".*

Решению этих проблем и посвящена настоящая работа.

Цель работы состоит в разработке высокоскоростного метода гридинга для построения высокодетальных геолого-геофизических карт по исходным данным различной природы и достоверности на умеренно избыточном гриде, в оптимизации и переработке широко применяемого для гридинга метода крайгинга. Другой целью работы является разработка нескольких итерационных методов решения СЛУ, учитывающих специфику матричного оператора, характерную для рассматриваемого класса задач, а также применение методов вейвлет-анализа для обработки геолого-геофизических карт.

Научная новизна.

1. Разработана схема построения и последовательной минимизации функционалов, названная *методом последовательной минимизации функционалов (ПМФ)*, позволяющая при построении карт расставить и учитывать приоритеты для различных типов исходных данных.

2. На основе метода ПМФ разработан эффективный численный алгоритм, предназначенный для быстрого построения высокодетальных карт геолого-геофизических параметров, превосходящий по скорости известные аналоги.

3. Разработан новый интерполяционный метод - аналог метода крайгинга.

4. Применена техника вейвлет-анализа для работы с картами геолого-геофизических параметров с различными уровнями детальности и для решения задачи подавления влияния погрешностей в исходных геолого-геофизических данных.

5. Разработаны новые итерационные алгоритмы решения систем алгебраических уравнений, позволяющие использовать априорную информацию о спектре матричного оператора, а также специализированный итерационный алгоритм, учитывающий особенность построения алгебраических систем метода ПМФ.

6. Составлен обзор и проведена классификация современных методов гридинга по типам возникающих матричных операторов.

Практическая ценность работы.

Результаты работы были реализованы в рамках программного комплекса БАСПРО в модулях Редактор 2Д и Редактор 3Д (ЗАО «Информационная компания», г.Тюмень). Программные модули используются для построения цифровых моделей месторождений в ведущих нефтяных компаниях страны: ОАО "ТНК", ОАО "Лукойл-Оверсиз", ОАО "Славнефть", ОАО "Сиданко".

Автором был разработан свободно распространяемый программный комплекс `Surface Fitter (surfit)`, предназначенный для построения и визуализации карт геолого-геофизических параметров. В настоящее время он доступен через интернет по адресу `http:\\surfit.sourceforge.net`.

Работа выполнена при поддержке гранта Губернатора Тюменской области №111-01.

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы докладывались на конференциях и в организациях:

1. XXXVII Международная студенческая конференция "Студент и научно-технический прогресс", НГУ, Новосибирск, 1998.
2. IV международная научно-техническая конференция "Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов" 10-12 декабря 2001 г., УлГУ, г. Ульяновск.
3. IX международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов" 9-12 апреля 2002 г., МГУ, г. Москва.
4. 2-ая Всероссийская научная конференция "Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна", 25-27 апреля 2002 г., ТГНГУ, г. Тюмень.
5. Научно-техническая конференция, посвященная 90-летию со дня рождения В.И. Муравленко «Нефть и газ: проблемы недропользования, добычи и транспортировки», 2002, ТГНГУ, г. Тюмень.
6. Региональная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «НАУКА. ТЕХНИКА. ИННОВАЦИИ», 2002, НГТУ, Новосибирск.
7. V международная научно-техническая конференция "Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов" 16-18 июня 2003 г., УлГУ, г. Ульяновск.

Содержание работы.

Первая глава носит обзорный характер. В главе приведен обзор литературы, посвященной вопросам построения и визуализации карт. Кратко рассмотрены типы геолого-геофизических данных, часто встречающихся при построении цифровых моделей месторождений. Проведена классификация данных как по степени достоверности, так и по способу их задания - непрерывному или дискретному, равномерному или неравномерному. В главе рассмотрены современные методы гридинга, вопросы визуализации карт геолого-геофизических параметров. Выделены основные математические задачи, возникающие в процессе обработки геолого-геофизической информации, обозначены возможные направления оптимизации.

Вторая глава посвящена разработке новых и оптимизации существующих численных методов и алгоритмов, используемых при гридинге.

В первой части описывается предлагаемый *метод последовательной минимизации функционалов (ПМФ)*, позволяющий выделить влияние каждого типа используемой информации при построении карты. Так, например, для наиболее достоверных данных, полученных по замерам в скважинах, влияние будет наибольшим. Наименьшим влиянием будет пользоваться различного рода косвенная априорная информация.

Пусть функция, описывающая восстанавливаемое поле ищется в виде разложения по некоторому базису:

$$f(x,y) = \sum_{k=0}^{P-1} a_k B_k(x,y),$$

где a_k - неизвестные коэффициенты, $B_k(x,y)$ - базисные функции. Общая схема построения функции $f(x,y)$, названная *методом последовательной минимизации функционалов (ПМФ)* выглядит следующим образом:

1. Все имеющиеся исходные данные классифицируются по степени их достоверности - от наиболее достоверных данных, до косвенных априорных предположений, накладываемых на восстанавливаемое поле.

2. Для каждого типа исходных данных записывается функционал, описывающий способ их учета. Очередность функционалов должна соответствовать построенной ранее классификации исходных данных по достоверности. Неизвестные коэффициенты a_k находятся из последовательной минимизации функционалов.

3. Минимизируется первый функционал Φ_1 последовательности. В результате его минимизации возможно несколько ситуаций:

(а) Найдены все неизвестные коэффициенты $a_0, \ldots, a_{P-1}$ - решение построено.

(б) Однозначно найдена только часть коэффициентов $a_{K_0}, \ldots, a_{K_m}$, прочие коэффициенты не определяются.

(в) Ни один коэффициент не определяется однозначно.

4. Второй функционал может быть минимизирован двумя способами:

   (а) Решается задача на условный экстремум

$$\Psi_2(a_0, \ldots, a_{P-1}) = \Phi_2(a_0, \ldots, a_{P-1}) + \\ + \sum_{k=0}^{P-1} \lambda_k \frac{\partial \Phi_1(a_0, \ldots, a_{P-1})}{\partial a_k} \to \min .$$

   (б) В случае, если функционал $\Phi_1(a_0, \ldots, a_{P-1})$ не зависит от оставшихся неопределенными коэффициентов, то задача поиска экстремума функционала $\Psi_2(a_0, \ldots, a_{P-1})$ сведется к решению системы линейных уравнений

$$\frac{\partial \Phi_2(a_0, \ldots, a_{P-1})}{\partial a_k} = 0.$$

   Производные, вычисляемые при минимизации этого функционала по вычисленным на предыдущем этапе коэффициентам не берутся.

5. Подобным образом последовательно минимизируется вся цепочка построенной последовательности функционалов.

При помощи описанного метода ПМФ в программе `surfit` реализован учет следующих типов исходных данных в виде минимизации последовательности функционалов:

1. Данными являются замеры параметра в скважинах, представленные точками с заданными в них значениями, расположенными на хаотической сетке.

2. Задана косвенная информация о том, что поле в некоторой области "похоже" на некоторую поверхность. При учете этой поверхности результирующая функция должна как можно больше повторять ее углы и наклоны. Такой вид информации часто используется для учета результатов сейсмических исследований.

3. Известна некоторая априорная информация о поведении параметра в области отсутствия данных. Реализованы два "предположения": поле мало отличается от некоторой константы и поле мало отличается от некоторой плоскости.

Помимо учета описанных выше типов исходных данных, можно также записать последовательность функционалов для учета значений, заданных на пространственных кривых, функционалов, учитывающих линии разломов и т.д.

Проведенный в §2.2 анализ базисных функций с вычислительной точки зрения привел к выбору базисной функции типа "ступенька":

$$\omega_i\left(x\right)=\begin{cases}1, x\in\left[ih+a-\dfrac{h}{2},(i+1)h+a-\dfrac{h}{2}\right)\\ 0, x\notin\left[ih+a-\dfrac{h}{2},(i+1)h+a-\dfrac{h}{2}\right)\end{cases}.$$

Эта базисная функция использовалась для численной реализации метода ПМФ, описанной в третьей части второй главы. Выбор этой базисной функции позволил решать СЛУ с существенно разреженными матрицами, элементы которых не хранятся в памяти, а вычисляются по формулам. При выборе "ступеньки" удается избежать применения в методе (**??**) неопределенных множителей Лагранжа для последовательной минимизации функционалов, в результате размерности решаемых СЛУ сокращаются в разы.

Для построения карты необходимо рассчитать значения картируемого параметра в узлах грида. Для нумерации узлов грида и соответствующей каждому узлу "ступенчатой" базисной функции используются сквозной способ нумерации: все номера узлов грида и базисных функций изменяются от 0 до $NM-1$, базисная функция будет иметь один индекс: $B_i(x,y)$. Функция $f(x,y)$, описывающая грид, ищется в виде:

$$f(x,y)=\sum_{i=0}^{NM-1}a_iB_i(x,y), \qquad (1)$$

$$B_i(x,y)=B_{I,J}(x,y)=\omega_I(x)\omega_J(y), \quad i=I+JN.$$

Носителем базисной функции $B_i(x,y)=B_{I,J}(x,y)$ является прямоугольник $[a+Ih-h/2,a+Ih+h/2]\times[c+Jh-h/2,c+Jh+h/2]$. Центром базисной функции является узел грида с координатами $(a+Ih,c+Jh)$. Базисные функции расположены так, что их центры находятся точно в узлах грида и индексы базисных функций совпадают с индексами соответствующих узлов (рис. 1, стр. 14).

Пусть наиболее достоверные данные, полученные по скважинам, заданы K точками с координатами $\{(x_i, y_i)\}_{i=0,\ldots,K-1}$ и значениями $\{z_i\}_{i=0,\ldots,K-1}$. Учитывающий их функционал в запишется:

$$\begin{aligned}\Phi_1(a_0,\ldots,a_{NM-1}) &= \sum_{i=0}^{K-1}(z_i - f(x_i,y_i))^2 = \\ &= \sum_{i=0}^{K-1}\left(z_i - \sum_{j=0}^{NM-1} a_j B_j(x_i,y_i)\right)^2 \to \min\,.\end{aligned} \tag{2}$$

Для задачи минимизации функционала (2) доказана теорема:

Теорема 1. *Если задача (2) имеет неединственное решение, то исходных данных столько, и они расположены на неравномерной сетке так, что система линейных уравнений, получаемая при минимизации функционала (2) имеет нулевые строки и соответствующие нулевые столбцы.*

Следствие 1. *Задача (2) имеет единственное решение, если для каждой базисной функции $B_j(x,y)$ найдется хотя бы одна точка исходных данных z_k, для которой координата (x_k, y_k) принадлежит носителю $B_j(x,y)$.*

Следствие 2. *Критерием неединственности является существование хотя бы одной базисной функции, для которой отсутствуют точки исходных данных, координаты (x,y) которых принадлежат ее носителю.*

При решения задачи минимизации функционала (2) возникает система линейных уравнений с диагональной матрицей. Из-за неравномерности исходных данных редко когда все коэффициенты определяются из минимизации функционала (2). Для их доопределения приходится использовать следующий по степени важности функционал.

В §2.3 рассмотрена задача минимизации одного из вариантов замыкающего функционала. Замыкающим называем тот функционал, в результате минимизации которого доопределяются все неопределенные коэффициенты $a_0,\ldots,a_{NM-1}$. Например, замыкающим может быть следующий функционал:

$$\Phi_2(a_0,\ldots,a_{NM-1}) = \alpha\int\limits_{\Omega}\left[f_x^2+f_y^2\right]dx\;dy + \\ +\beta\int\limits_{\Omega}\left[f_{xx}^2+2f_{xy}^2+f_{yy}^2\right]dx\;dy \to \min. \qquad (3)$$

Отдельно рассматривается минимизация первого интеграла в (3):

$$\Phi_{21}(a_0,\ldots,a_{NM-1}) = \alpha\int\limits_{\Omega}\left[f_x^2+f_y^2\right]dx\;dy. \qquad (4)$$

Этот функционал выражает математическую запись нашего предположения о том, что поле мало отличается от константы. Учитывая, что данные задаются дискретно, шаг сетки равномерный и равен h, а также то, что $B_{i+jN}(\overline{x}_i,\overline{y}_i)=1$, аналогом формулы (4) будет:

$$\Phi_{21}(a_0,\ldots,a_{NM-1}) = \\ = \frac{\alpha}{h^2}\left[\sum_{J=0}^{M-1}\sum_{I=0}^{N-2}\left(a_{i+1+jN}-a_{i+jN}\right)^2+\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-2}\left(a_{i+(j+1)N}-a_{i+jN}\right)^2\right]. \qquad (5)$$

Для того, чтобы найти минимум этого функционала, запишем СЛУ:

$$\frac{\partial\Phi_{21}(a_0,\ldots,a_{NM-1})}{\partial a_k}=0 \qquad (6)$$

В матричной форме записи уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\alpha}{h^2}Ax=0,$$

где $\frac{\alpha}{h^2}A$ - матрица, получаемая при минимизации функционала Φ_{21}, $x=\{a_0,\ldots,a_{NM-1}\}$ - вектор неизвестных коэффициентов. Дифференцируя Φ_{21} по a_k получим, что система уравнений $Ax=0$ будет состоять из множества уравнений перечисленных ниже типов:

$$\begin{array}{rr} 2a_{k,k}-a_{k,k+1}-a_{k,k+N}=0; & -a_{k,k-N}+3a_{k,k}-a_{k,k+1}-a_{k,k+N}=0; \\ -a_{k,k-N}+2a_{k,k}-a_{k,k+1}=0; & -a_{k,k-N}-a_{k,k-1}+3a_{k,k}-a_{k,k+N}=0; \\ -a_{k,k-1}+2a_{k,k}-a_{k,k+N}=0; & -a_{k,k-1}+3a_{k,k}-a_{k,k+1}-a_{k,k+N}=0; \\ -a_{k,k-N}-a_{k,k-1}+2a_{k,k}=0; & -a_{k,k-N}-a_{k,k-1}+3a_{k,k}-a_{k,k+1}=0; \end{array} \qquad (7)$$

$$-a_{k,k-N}-a_{k,k-1}+4a_{k,k}-a_{k,k+1}-a_{k,k+N}=0;$$

где первый индекс i элемента $a_{i,j}$ означает номер строки в матрице, а второй (j) - номер коэффициента в сумме (1), таким образом получаем матрицу размерности $NM \times NM$. Т.к. система линейных уравнений однородна, то очевидно, что у нее решение либо нулевое, либо их бесконечно много. В данном случае легко доказать, что их бесконечно много. Этот факт означает, что задача минимизации рассматриваемого замыкающего функционала имеет неединственное решение и не может решаться независимо от функционалов, минимизируемых на предыдущих стадиях. Некоторые из коэффициентов $a_k, k = 0, \ldots, NM - 1$ могли быть определены ранее из минимизации предыдущих функционалов и минимум функционала (5) находится при условии достижения минимума предыдущими функционалами, т.е. будет решаться другая СЛУ. Для того, чтобы избежать при этом использования метода неопределенных множителей Лагранжа, поступим следующим образом: замыкающий функционал будем дифференцировать только по тем коэффициентам a_k, которые остались неизвестными; найденные ранее коэффициенты исключим из полученной системы линейных уравнений, изменив правую часть этой системы. В случае, если найден только один коэффициент a_m для того, чтобы перейти от матрицы (6) к новой матрице, достаточно вычеркнуть из матрицы системы уравнений (6) строку с номером m (что соответствует отсутствию дифференцирования по переменной a_m), а столбец с номером m перенести в правую часть с противоположным знаком, умножив на значение коэффициента a_m. Доказана следующая теорема:

Теорема 2. *Матрица, составленная из строк вида (7) после вычеркивания из нее k-ой строки и k-го столбца становится* ***положительно определенной****.*

Следствие 3. *Матрица, составленная из строк вида (7) после вычеркивания из нее K строк и столбцов с одинаковым номером является* ***положительно определенной****.*

Найдены оценки границ спектра матрицы A, которые можно использовать в итерационном процессе. Доказанная положительная определенность матрицы определяет круг итерационных методов, наиболее подходящих для решения систем линейных уравнений с такими матрицами. Также подробно рассмотрена задача минимизации второго интеграла в функционале (3), реализующего предположение о том, что поле мало отличается от некоторой плоскости.

Для матриц, полученных в результате минимизации функционалов, отпадает необходимость хранить их в памяти - матрицы существенно разрежены и их элементы высчитываются по небольшому набору простых формул. Благодаря этому возникает возможность решать сверхбольшие СЛУ, т.е. рассчитывать высокодетальные карты. Для получаемых матриц записаны оценки границ их спектра.

Во второй главе рассмотрены недостатки прямых методов решения систем, возникающих при обработке геолого-геофизических данных и предложен итерационный метод блуждания по спектру (МБС), учитывающий априорную информацию о спектре матрицы.

Предлагаемый метод решения СЛУ вида

$$(aI - A)x = f, \tag{8}$$

где a - некоторое число, I - единичная и A - квадратная матрицы, x - решение уравнения, а f - его правая часть записывается в итерационной форме:

$$X_i = \frac{1}{a - z_i}\left[f + (A - z_i I)X_{i-1}\right]. \tag{9}$$

Релаксационный параметр z_i в предлагаемом методе связан со спектром оператора A. Предполагается различная информированность о спектре: от максимальной, когда известен весь спектр и кратность каждого собственного числа, до минимальной, когда мы знаем только то, что спектр находится на действительной оси, слева или справа от точки a и ограничен некоторым числом. В частности, можно знать только границы $[m, M]$ спектра оператора A.

Если опертор A - матрица простой структуры размерности $(n \times n)$ и известны все n точек спектра оператора A, тогда для итерационного процесса (9) верна доказанная теорема:

Теорема 3. *Пусть A - нормальная матрица, имеющая n собственных значений кратности 1, тогда точное решение матричного уравнения $(aI - A)x = f$ можно записать ровно за n итераций.*

Эту теорему можно обобщить для случая, когда кратность собственных значений больше или равна 1:

Теорема 4. *Пусть A - нормальная матрица размерности n, имеющая p собственных значение кратностей $k_1, \ldots, k_p$, причем $\sum_{i=1}^{p} k_i = n$, тогда точное решение матричного уравнения $(aI - A)x = f$ можно записать ровно за p итераций.*

Для случая, когда собственные числа известны с фиксированной погрешностью ε, т.е. в итерационном процессе вместо последовательностей релаксационных параметров z_i будут подставляться числа $\lambda_i - \varepsilon$, доказана покоординатная сходимость МБС. Параметр ε оказывается при этом управляющим параметром итерационного процесса. В диссертации приведены результаты численных экспериментов по сравнению МБС и метода модифицированной простой итерации. При этом предполагалась различная информированность о спектре матриц. Эксперименты показали, что чем больше известно о местоположении точек спектра, тем выше скорость сходимости МБС по сравнению с методом простой итерации.

В работе предложен новый итерационный метод - метод полинома наилучшего равномерного приближения на комплексном спектре, способный учитывать информацию о границе спектра матричного оператора. Однако, т.к. в задачах гридинга матрицы обладают действительным спектром, описание метода вынесено в приложение.

В четвертой части второй главы диссертации описывается разработанный скоростной многосеточный итерационный метод, учитывающий специфику построения алгебраических систем метода ПМФ.

Один шаг итерации заключается в построении и решении системы на грубой сетке и фиксации полученного решения в качестве начального приближения для задачи с более мелкой сеткой. Удобнее (алгоритмичнее) всего задать соотношение между грубой и более точной сетками уменьшением шага по осям OX и OY вдвое. Получающуюся на каждом шаге алгебраическую систему можно решать любым известным подходящим итерационным методом, в частности, учитывать особые, конкретные свойства матрицы.

Рассмотрим задачу расчета карты некоторого геолого-геофизического параметра на равномерной сетке, состоящей из NM узлов. Для последовательного построения решения используется последовательность сеток $\{S_{P_0}^{0}, S_{P_1}^{1}, \ldots, S_{P_m}^{m}\}$ (индекс S_k обозначает количество узлов сетки), обладающая следующими свойствами:

1. $N_{i+1} = 2N_i$, $M_{i+1} = 2M_i$, т.е. при переходе к следующей сетке удваивается количество узлов по оси OX и по оси OY.

2. $h_{i+1} = h_i/2$, т.е. шаг сетки уменьшается вдвое.

3. Последняя сетка в последовательности та, для которой верны неравенства $N_m \geq N$ и $M_m \geq M$, т.е. сетка S_{P_m} содержит столько же узлов, сколько сетка S_{NM} или больше.

Каждой сетке $S_{P_i}^i$ из построенной последовательности $\{S_{P_0}^0, S_{P_1}^1, \ldots, S_{P_m}^m\}$ ставится в соответствие функциональное пространство V^i из последовательности вложенных пространств $V^0 \subset V^1 \subset \ldots \subset V^m$. В качестве базисных функций для этих пространств используются "ступеньки" с различными носителями. На рис. 1 изображена схема расположения базисных функций (пунктирными линиями обозначены их непересекающиеся носители), центр базисной функции всегда приходится на один из узлов сетки.

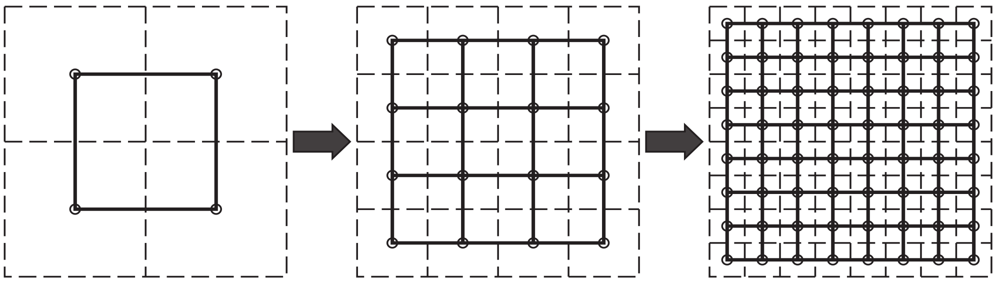

Рис. 1. Схема расположения базисных функций на равномерных сетках.

Нулевая итерация многосеточного метода заключается в построении грубого решения на грубой сетке $S_{P_0}^0$. Решение строится по методу ПМФ - записывается последовательность функционалов и затем минимизируется.

Все последующие итерации производятся по одной схеме:

1. Решение, построенное на сетке $S_{P_{i-1}}^{i-1}$ проецируется на сетку $S_{P_i}^i$.

2. Полученное грубое приближение функции используется в качестве начального приближения для решения возникающих на i-ом шаге СЛУ одним из итерационных методов. В результате их решения получаем решение для сетки $S_{P_i}^i$.

Предложенный алгоритм показал очень высокую эффективность. В результате его применения стало возможным быстро строить карты на умеренно избыточных сетках.

Для оценки работы метода ПМФ, в работе представлены результаты тестов метода. Сравнивались карты, построенные методом ПМФ с картами, построенными в различных пакетах программ:

№	Название программы	Производитель	Время работы
1.	Surfer 7.0	Golden Software Inc. USA	25 сек.
2.	General Mapping Tools 3.4.3 (GMT)	P. Wessel and W.H.F. Smith. Свободно распространяемый пакет программ	12 сек.
3.	Модуль Редактор 2Д ПК Баспро	ЗАО «ИНК», г. Тюмень	5 мин.
4.	Irap RMS	Roxar, Норвегия	35 мин.
5.	surfit (метод ПМФ)	ТюмГУ Свободно распространяемый пакет программ	5 сек.

В качестве исходных данных были взяты отметки кровли пласта АВ1(1-2) Самотлорского месторождения по 13504 скважинам. Грид, который необходимо было рассчитать, состоял из 1024×1024 узлов. Все карты получились одинаковыми в области высокой плотности данных. Различия наблюдаются в области низкой плотности информации и у границ карты (рис.2). Существенный недостаток многих пакетов заключается в том, что суть используемого алгоритма гридинга скрыта от пользователя, в результате чего бывает затруднительно понять результаты картопостроения - на карте могут присутствовать данные, которые не были внесены пользователем. Особенно это относится к области с низкой плотностью информации. В методе ПМФ вся исходная информация записывается в явной математической форме - в виде последовательности функционалов.

В качестве другого теста в работе приведены результаты вычислений, проведенных с помощью метода ПМФ, при построении модели Токского месторождения. Отражены результаты использования исходных данных различной природы и информационной значимости. На рис. 3 изображены карты кровли пласта Т1. При построении карты, расположенной слева до-

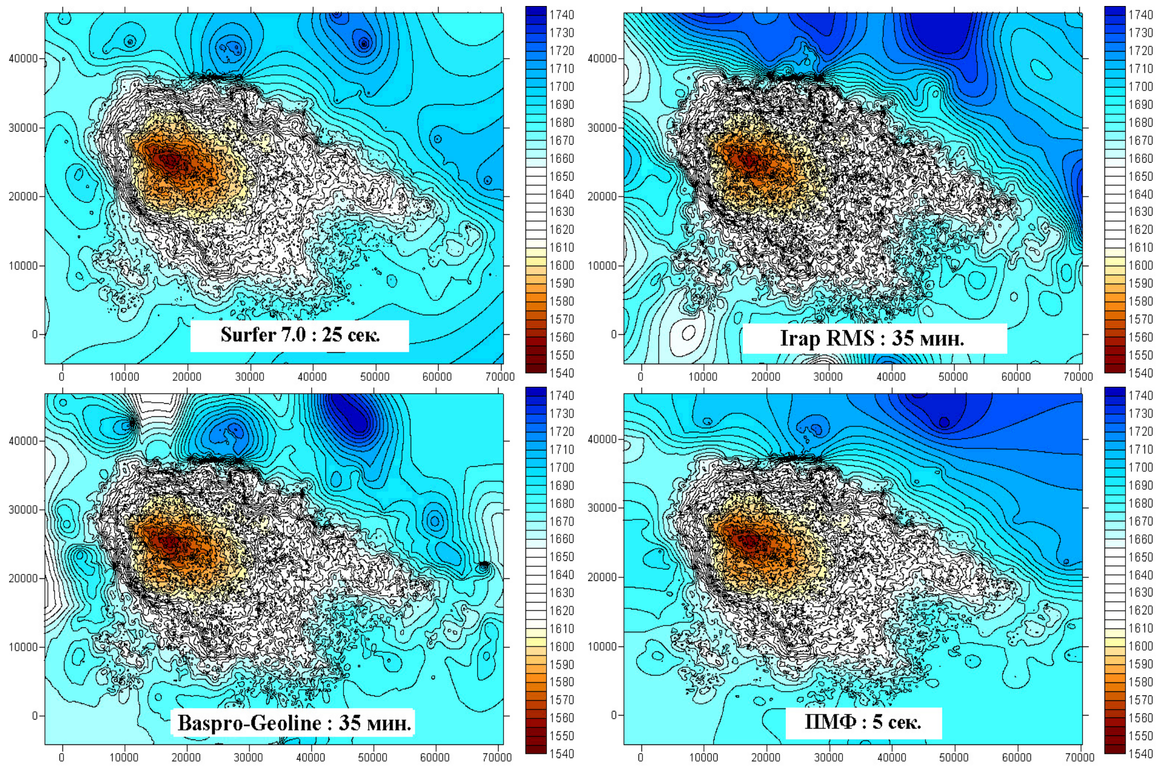

Рис. 2. Карты, построенные в различных пакетах

полнительно использовались результаты сейсмических исследований. Карта справа построена по значениям абсолютных отметок глубин, заданных в скважинах. Полученные карты различаются, сохраняя при этом значения абсолютных глубин, которые были заданы в скважинах и общие тенденции наклонов кровли пласта. Первая карта по сравнению со второй, за счет использования сейсмики, содержит дополнительные данные, которые дополняют информацию, полученную по скважинам.

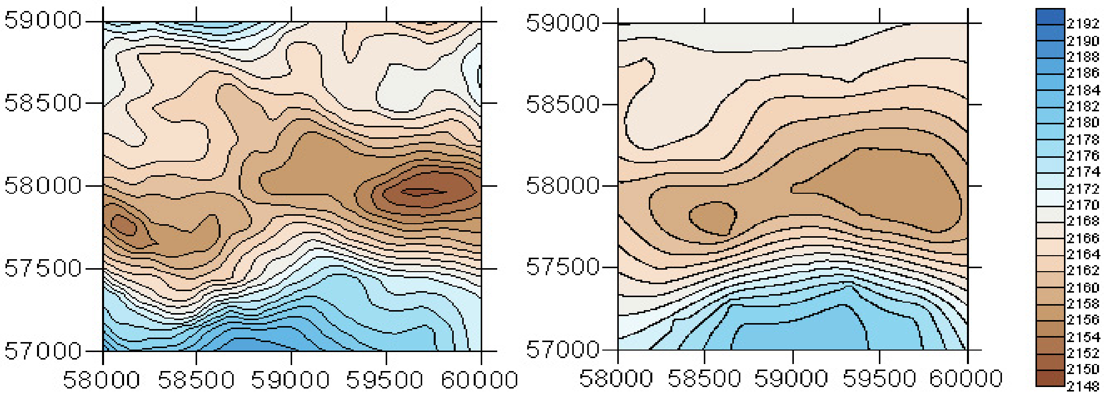

Рис. 3. Карты с учетом и без учета сейсмики.

В работе иллюстрируются результаты применения метода ПМФ для построения карты поверхности Земли. Исходные данные были предоставлены National Geophysical Data Center (NGDC), США (`http://www.ngdc.noaa.gov`). Объем исходных данных составил порядка 300 мегабайт. Для построения карты, состоящей из 8012×4096 узлов, была использована предложенная NGDC классификация исходных данных по достоверности и минимизирована построенная согласно этой классификации последовательность функционалов.

В седьмой части второй главы оптимизирован и переосмыслен хорошо известный метод гридинга – метод крайгинга. Он построен на идеях теории вероятностей, а восстанавливаемая функция содержит ряд коэффициентов, которые находятся из условия минимума дисперсии отклонения построенной функции от известных с некоторой погрешностью данных. Существенную роль при выполнении расчетов играет *вариограмма* - функция, построенная по исходным данным. Построение этой функции предполагает наличие эмпирического опыта исследователя.

Рассматривается постановка метода крайгинга в одномерном случае. Пусть восстанавливаемое поле параметра задано значениями $\{y_i\}$ в N неравномерно расположенных точках $\{x_i\}$. В методе крайгинга функция $\widetilde{f}(x)$, описывающая восстанавливаемое поле ищется в виде:

$$\widetilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{N} \widetilde{a}_i(x) y_i. \tag{10}$$

Зависимость неизвестных коэффициентов $\widetilde{a}_i$ от x означает, что для расчета $\widetilde{f}(x)$ в узлах равномерной сетки $\{\overline{x}_k\}, k = \overline{1, m}$ потребуется решать задачу (10) m раз, что, несомненно, является недостатком метода. Так, для расчета грида, состоящего из m узлов методом крайгинга необходимо решить m раз СЛУ размерности $N + 1$ каждая.

В работе построен новый интерполяционный метод, названный аналогом метода крайгинга. Решение исходной задачи ищется в виде:

$$\widetilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{N} a_i B_i(x) + \lambda \cdot 1, \tag{11}$$

где $B_i(x)$ и 1 - базисные функции. Для нахождения коэффициентов a_i и λ необходимо один раз решить СЛУ размерности $N + 1$, после чего можно рассчитывать значения функции (11) в узлах грида.

В работе доказано, что если в качестве базиса в постановке (11) взять базис сдвига, получаемый из *вариограммы* путем ее последовательного смещения из одной экспериментальной точки в другую точку, то оба метода дадут тождественно одинаковый результат. Например, расчет крайгингом на основе программы Surfer 7.0 (c) Golden SoftWare и по методу (11), реализованному в ПК "Баспро" в организации ЗАО "Информационная компания" (г. Тюмень), дают одинаковые результаты (рис. 4).

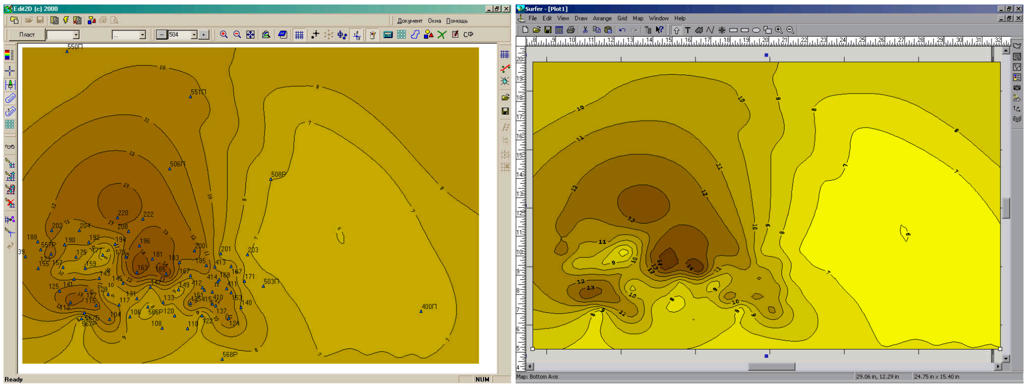

Рис. 4. ИПК "Баспро" и Surfer 7.0

Отметим некоторые особенности вариограмм, которые трактуются теперь как порождающие функции для базисов сдвигов:

1. Все они порождают существенно нелокальный базис.

2. Некоторые из них являются неограниченными функциями.

3. Аргументы вариограмм - всегда расстояния от точки с номером i до произвольной текущей точки.

4. Вероятно, вариограммы порождают в некотором смысле оптимальный базис, т.к. их построение опирается на экспериментальные данные задачи.

С другой стороны, поскольку теперь понятно, что вариограмма - это порождающая функция базиса, обладающая указанными выше свойствами, то открываются неограниченные возможности в его конструировании на основе каких-либо других соображений.

В **третьей главе** рассматриваются вопросы применения техники вейвлет-анализа для обработки карт геолого-геофизических параметров.

Вейвлет-анализ, примененный для обработки карт решает как вопросы визуализации карт, так и модифицирует схему расчета карт в случае, если данные заданы с погрешностью. Можно выделить следующие новшества, привносимые вейвлетами в вопросы визуализации и обработки карт: простые и быстродействующие алгоритмы; многомасштабное иерархическое представление поверхности, возможность отображать карту с различными уровнями детализации; возможность выбора оптимальной сетки для отображения; борьба с погрешностями в исходных данных. В диссертации применение техники вейвлет-анализа для обработки карт основано на использовании равномерной сетки, расчете карт на избыточном гриде, использовании простейшего вейвлет-базиса (базис Хаара).

Пусть $\mathtt{S} = \{\mathtt{S}_{ij}\}$ - квадратная матрица, значения элементов которой соответствуют значениям в узлах грида. Пусть количество узлов по оси OX и по оси OY есть число, являющееся степенью двойки, т.е. 2^k. Размерность матрицы $\mathtt{S}$ равна $(2^k \times 2^k)$. Вейвлет-разложение (декомпозиция) по базису Хаара для грида S производится по формулам:

$$\mathtt{A}_{i,j} = \frac{\mathtt{S}_{2i,j} + \mathtt{S}_{2i+1,j}}{2}, \quad \mathtt{D}_{i,j} = \frac{\mathtt{S}_{2i,j} - \mathtt{S}_{2i+1,j}}{2}, \quad \begin{cases} i = 0, \dots, 2^{k-1} - 1, \\ j = 0, \dots, 2^k - 1, \end{cases}$$

$$\mathtt{a}_{i,j} = \frac{\mathtt{A}_{i,2j} + \mathtt{A}_{i,2j+1}}{2}, \quad \mathtt{v}_{i,j} = \frac{\mathtt{A}_{i,2j} - \mathtt{A}_{i,2j+1}}{2}, \quad \mathtt{h}_{i,j} = \frac{\mathtt{D}_{i,2j} + \mathtt{D}_{i,2j+1}}{2},$$

$$\mathtt{d}_{i,j} = \frac{\mathtt{D}_{i,2j} - \mathtt{D}_{i,2j+1}}{2}, \quad \begin{cases} i = 0, \dots, 2^{k-1} - 1, \\ j = 0, \dots, 2^{k-1} - 1, \end{cases}$$

В результате получаем матрицы: $\mathtt{a}$ - осредненные значения, аппроксимация; уточняющие коэффициенты: $\mathtt{v}$ - «по вертикали»; $\mathtt{h}$ - «по горизонтали»; $\mathtt{d}$ - «по диагонали».

Восстановление (реконструкция) грида по набору уточняющих коэффициентов и матрицы, содержащей осредненные значения производится по формулам:

$$\mathtt{S}_{2i,2j} = \mathtt{a}_{i,j} + \mathtt{h}_{i,j} + \mathtt{v}_{i,j} + \mathtt{d}_{i,j}; \qquad \mathtt{S}_{2i+1,2j} = \mathtt{a}_{i,j} - \mathtt{h}_{i,j} + \mathtt{v}_{i,j} - \mathtt{d}_{i,j},$$
$$\mathtt{S}_{2i,2j+1} = \mathtt{a}_{i,j} + \mathtt{h}_{i,j} - \mathtt{v}_{i,j} - \mathtt{d}_{i,j}; \qquad \mathtt{S}_{2i+1,2j+1} = \mathtt{a}_{i,j} - \mathtt{h}_{i,j} - \mathtt{v}_{i,j} + \mathtt{d}_{i,j}.$$

В работе приведены примеры использования вышеописанной технологии для обработки карты высокой детальности (1048576 узлов) на примере карты кровли пласта АВ1-3 Самотлорского месторождения (рис. 5).

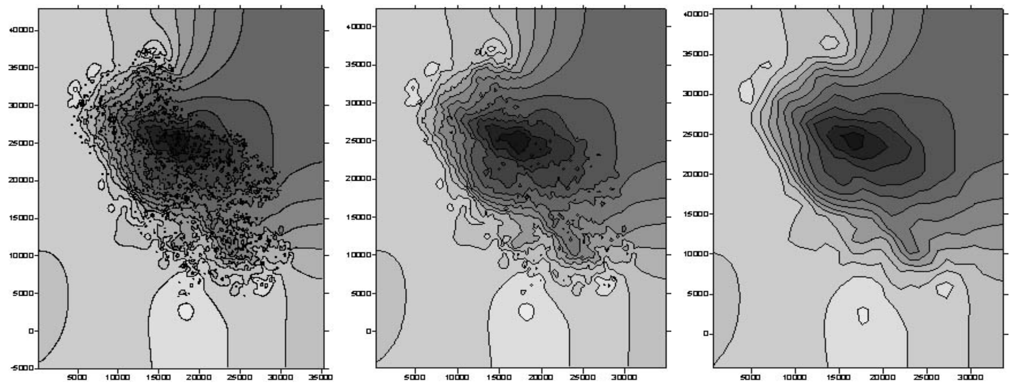

Рис. 5. Результат обработки карт методами вейвлет-анализа.

Во второй части третьей главы предлагается метод подавления влияния погрешностей в исходных геолого-геофизических данных при помощи методов вейвлет-анализа. На первом этапе строится карта на умеренно избыточной сетке по данным, содержащим некоторую погрешность. После этого, используя технику вейвлет-анализа полученная карта пересчитывается на карту с более крупным шагом сетки. При этом, в процессе пересчета вейвлет-анализ позволяет выделить высокочастотную составляющую сигнала, которая чаще всего и является «шумом». При отображении карты выделенный «шум» следует отбросить.

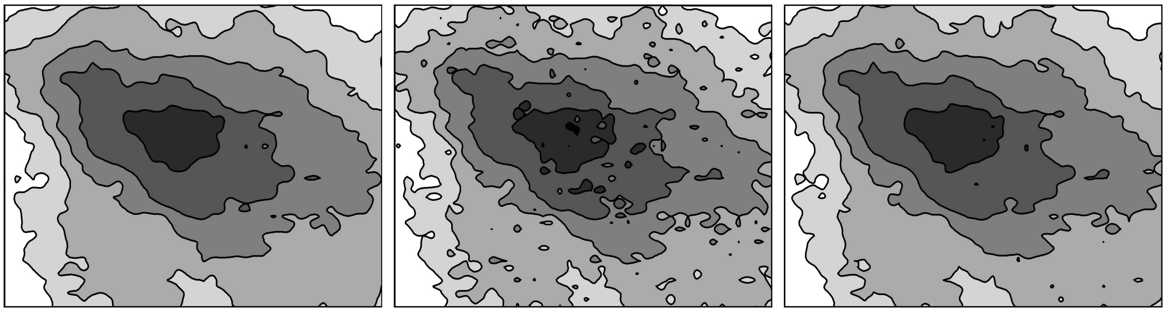

Рис. 6. Подавление влияния погрешностей в исходных данных

Некоторые результаты работы метода показаны на рис. 6. Слева изображена карта, построенная по неискаженным исходным данным. В центре – карта, построенная по данным, искаженным искусственно добавленным шумом. Справа – карта, являющаяся результатом применения алгоритма подавления шумов.

Основные результаты работы.

1. Разработан и реализован метод гридинга, названный методом последовательной минимизации функционалов (ПМФ). Полученная реализация метода обладает большим запасом по производительности, что позволяет строить карты на избыточных по количеству узлов гридах.

2. Реализованы и применены алгоритмы вейвлет-анализа для обработки высокодетальных карт геолого-геофизических параметров.

3. Совместное использование метода ПМФ и техники вейвлет-анализа порождает новый подход к построению и визуализации геолого-геофизических карт. Карты строятся на умеренно избыточной сетке, и, применяя вейвлет-анализ, визуализируются с различными уровнями детальности. Дополнительно появляется возможность уменьшения влияния погрешностей, содержащихся в исходных геолого-геофизических данных. Избыточность карт в предлагаемой схеме легко достижима и рассматривается как положительное явление.

4. Построен новый метод гридинга : аналог метода крайгинга без статистического обоснования, обладающий более высокой производительностью по сравнению с методом крайгинга.

5. Разработаны оригинальные итерационные алгоритмы решения СЛУ, учитывающие априорно-известную информацию о спектре и структуре матричного оператора.

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих публикациях:

[1] В.Н. Кутрунов, В.Н. Пьянков, М.В. Дмитриевский. Каскадные алгоритмы обработки геофизической информации. // Вестник Тюменского государственного университета N2. 2001. стр. 190–197.

[2] В.Н. Пьянков, В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Схемы решения аппроксимационных задач при задании граничных условий на кривых. // Математическое и информационное моделирование. Сборник научных трудов. Вып. 4. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета. 2002. стр. 7–16.

[3] М.В. Дмитриевский, В.Н. Кутрунов. Операторный полином наилучшего равномерного приближения на комплексном спектре. // Материалы XXXVII Международной студенческой коференции "Студент и научно-технический прогресс" : Математика, /Новосиб. ун-т/. 1998. стр. 39–41.

[4] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Метод блуждания по спектру решения операторных уравнений. // Моделирование технологических процессов нефтедобычи. Сборник научных трудов. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 1999. стр. 157–163.

[5] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Метод операторного полинома наилучшего равномерного приближения решения матричных уравнений. // Вестник Тюменского государственного университета N3. 1999. стр. 149–154.

[6] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Спектр матричных операторов и его использование в итерационных процессах. // Математическое и информационное моделирование: Сборник статей. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета. 2000. стр. 3–11.

[7] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Аналог интерполяционного метода крайгинга. // Труды Четвертой международной научно-технической конференции "Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов" (10-12 декабря 2001 г., г. Ульяновск), под редакцией проф. Полянскова. Ульяновск: УлГУ. 2001. стр. 80–82.

[8] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Аналог интерполяционного метода крайгинга. // Вестник Тюменского государственного университета N2. 2001. стр. 208–215.

[9] В.Н. Пьянков, М.В. Дмитриевский. Универсальная конструкция функционала в задачах аппроксимации полей параметров. // Вторая Всероссийская научная конференция "Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна": Материалы докладов. Часть 4. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 2002. стр. 80–82.

[10] В.Н. Пьянков, М.В. Дмитриевский. Построение математических моделей месторождений с использованием методов регуляризации. // Моделирование технологических процессов нефтедобычи. Выпуск третий, часть 1. Тюмень: Издательство "Вектор-Бук". 2002. стр. 74–80.

[11] М.В. Дмитриевский, В.Н. Кутрунов. Каскадный алгоритм построения геофизических полей параметров сплайн-функциями. // НАУКА. ТЕХНИКА. ИННОВАЦИИ. Региональная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых: Тез. докл. в 5-ти частях. Часть 1. Новосибирск: Изд-во НГТУ. 2002. стр. 47–48.

[12] В.Н. Пьянков, М.В. Дмитриевский. Один способ учета данных различной информационной значимости в задачах построения интерполяционных и аппроксимационных сплайнов на подпространствах. // Нефть и газ: проблемы недропользования, добычи и транспортировки: Материалы научно-технической конференции, посвященной 90-летию со дня рождения В.И. Муравленко. Тюмень: ТюмГНГУ. 2002. стр. 5–7.

[13] В.Н. Кутрунов, М.В. Дмитриевский. Быстрые алгоритмы построения и преобразования карт геологических параметров. // Математическое и информационное методелирование: сборник научных трудов. Вып. 5. Тюмень: Издательство «Вектор Бук». 2003. стр. 3–19.

[14] М.В. Дмитриевский, В.Н. Кутрунов. Алгоритм быстрого построения карт геологических параметров с учетом данных различной природы. // Труды Пятой Международной конференции "Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов" (16-18 июня 2003 г., г. Ульяновск) / Под ред. проф. д.т.н. Ю.В. Полянскова, д.ф.-м.н. В.Л.Леонтьева. Ульяновск: УлГУ. 2003. стр. 68–69.

[15] М.В. Дмитриевский. Условие несмещенности при восстановлении полей геофизических параметров. // Материалы Международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам "Ломоносов 2002". Секция "Вычислительная математика и кибернетика". Изд. "МАКСПРЕСС". 2002. стр. 8.